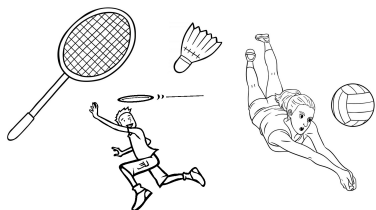


————— **Algèbre des structures 1** —————

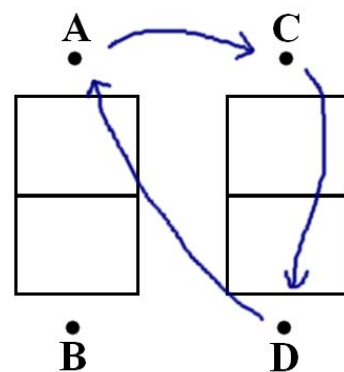
II - Permutations (bonus)



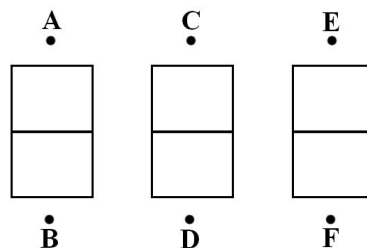
Dans un club de sport, deux terrains sont utilisables, sur chacun desquels deux équipes s'affrontent. On aimerait que chaque équipe rencontre chaque autre équipe une et une seule fois. Dès que les quatre équipes ont terminé les deux rencontres qu'elles disputaient, on permute ces quatre équipes sur les deux terrains. Pour simplifier l'organisation, on souhaite appliquer deux fois la même permutation à nos équipes (une fois à chaque fois que les quatre équipes ont fini de disputer leurs rencontres).

Par exemple, sur le schéma ci-contre :

- on a noté **A**, **B**, **C**, **D** les quatre équipes ;
- les terrains sont représentés vus de dessus : ici les équipes **A** et **B** se rencontrent d'un côté, et **C** et **D** de l'autre ;
- on notera **A – B – C – D** la configuration initiale des équipes, comme ci-dessus. Les équipes qui jouent ensemble dans une telle configuration sont donc les deux premières et les deux dernières.
- Les flèches représentent ici la permutation $\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{D} & \mathbf{B} & \mathbf{A} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$.



1. On considère $\sigma = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{D} & \mathbf{B} & \mathbf{A} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$ comme dans l'exemple ci-dessus. Appliquer deux fois σ à la configuration initiale pour voir si c'est une solution à notre problème.
2. Expliquer pourquoi une permutation solution du problème ne peut pas être une transposition.
3. Est-ce qu'une permutation solution du problème peut être une double-transposition ? un 3-cycle ? un 4-cycle ? Lister les permutations solutions.
4. Le club s'agrandit et un troisième terrain est construit. La même question se pose, cette fois-ci avec six équipes. La configuration initiale des six équipes est **A – B – C – D – E – F**, comme représenté ci-contre. Dans cette écriture, les équipes qui se rencontrent sont donc les deux premières, les deux du milieu, puis les deux suivantes.



En s'inspirant des questions précédentes, étudier le problème et cerner (en justifiant) quels types de permutations ne pourront pas être solutions. Donner des exemples de permutations solutions du problème.

On pourra se poser la question avec 4 terrains, 5 terrains,...